

**Exercice N°1 :**

Soit ABC un triangle équilatéral direct ; A', B' et C' les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB]
G le centre de gravité de ABC et ζ son cercle circonscrit

1) Soit r_1 la rotation indirecte de centre G et d'angle $\frac{2\pi}{3}$

Vérifier que $r_1(A) = C$, $r_1(B) = A$ et $r_1(B') = A'$

2) Soit r la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$

a) Vérifier que $r(B) = C$ et $r(C') = B'$

b) Construire $C'' = r(C)$

3) Soit G' le centre de gravité du triangle ACC''

a) Montrer que $r(G) = G'$

Construire ζ' l'image de ζ par r

Exercice N°2 :

La figure ci-contre représente un carré ABCD dont les côtés mesurent 4cm et BEFG un carré de côté 2cm

Les droites (CF) et (AB) se coupent en I

1/a) Montrer que $(AC) \parallel (BF)$

b) Déterminer le réel k tel que $\vec{IB} = k \vec{IA}$

2/ Soit h l'homothétie de centre I et le rapport $\frac{1}{2}$

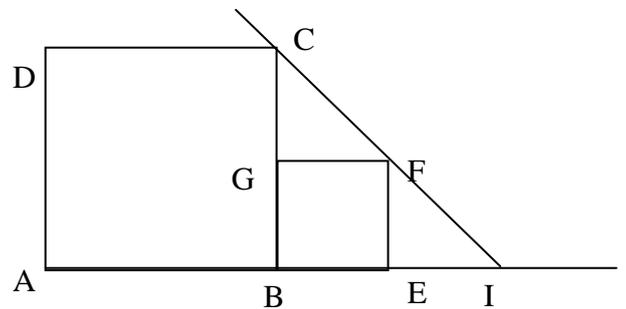
a) Montrer que $h(C) = F$ et $h(B) = E$

b) Déterminer et construire L l'image de G par h

c) Exprimer \vec{BG} en fonction de \vec{AD}

d) Déterminer l'image de D par h

3/ Montrer que les points I, L, G et D sont alignés



Exercice N°3 :

On considère la suite U définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n^2 + 2} \end{cases}$$

1/a) Calculer U_1 et U_2

b) Vérifier que la suite U_n n'est ni arithmétique ni géométrique

2/ On pose V la suite définie sur \mathbb{N} par $V_n = U_n^2$

a) Montrer que V est une suite arithmétique de raison 2

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c) Calculer $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$

d) En déduire le produit $P = 2^{V_0} \cdot 2^{V_1} \cdot \dots \cdot 2^{V_{n-1}}$

3/ Soit W la suite définie sur \mathbb{N} par $W_n = 2^{V_n}$

a) Montrer que W est une suite géométrique de premier terme $W_0 = 2$ et de raison 4

b) Exprimer en fonction de n la somme $S' = W_2 + W_3 + \dots + W_n$

Exercice N°4 :

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A et $O = B \cdot C$

ζ le cercle circonscrit au triangle ABC , les tangentes en A et C se coupent en O'

Soit R la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1/a) Déterminer $R(B)$

b) Montrer que $AO'CO'$ est un carré

c) Déduire que $R(O) = O'$

d) Déterminer $R(BC)$

2/a) Construire $C' = R(C)$

b) Montrer que $A = B \cdot C'$

3/ Soit N un point variable du cercle ζ et N' tel que ANN' est un triangle rectangle isocèle en A

Déterminer et construire l'ensemble des points N' lorsque N varie

4/ Soit M un point du plan et $M' = R(M)$

a) Montrer que (BM) et (CM') sont perpendiculaires

b) Soit H le point d'intersection de (BM) et (CM')

Déterminer l'ensemble des points H lorsque M varie